

## 2 Fusion des métaux alcalins (10 points)

Les premiers travaux sur la fusion d'un solide datant du début du 20<sup>e</sup> siècle s'appliquaient à trouver un critère simple permettant de prédire les conditions d'apparition de ce phénomène. En 1910, Lindemann proposa le critère suivant : une élévation de la température accroît la vibration des atomes autour de leur position d'équilibre à 0 K. Lorsque l'amplitude maximale de ces vibrations atteint une fraction  $f$  de la distance inter-atomique  $r_0$  à 0 K, la fusion a lieu.

Dans le cas des « bons » métaux (tels que les métaux alcalins) la liaison inter-atomique est relativement bien décrite par le modèle rudimentaire suivant :

$$E(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r} \quad (1)$$

où  $E$  est l'énergie d'une paire d'atomes, fonction de la distance  $r$  entre les 2 atomes de la paire, et  $A$  et  $B$  deux constantes spécifiques à l'atome considéré.

- 2/10 1. Donnez la signification physique en quelques lignes des termes de l'Eq. (1).  
 2/10 2. Exprimez la distance d'équilibre  $r_0$  en fonction de  $A$  et  $B$ .  
 2/10 3. En posant  $r = r_0 + \delta$  où  $\delta$  est l'amplitude d'une vibration autour de la position d'équilibre à 0 K, procédez au développement limité de l'Eq. (1) autour de  $r_0$  jusqu'au 2<sup>e</sup> ordre en  $\delta$  pour démontrer que :

$$E(r) \approx E(r_0) + \frac{B}{2r_0^3} \delta^2 \quad (2)$$

- 2/10 4. Sachant qu'une température  $T > 0$  K conduit à une élévation de l'énergie inter-atomique  $\Delta E = E(r) - E(r_0) = k_B T$ , exprimez à l'aide du critère de Lindemann la température de fusion en fonction de  $r_0$ ,  $B$  et  $f$ .  
 2/10 5. À partir des températures de fusion des métaux alcalins du tableau ci-dessous, déterminez pour chacun d'eux la fraction  $f$  de Lindemann.

	Li	Na	K	Rb	Cs
$r_0$ (Å)	1,72	2,08	2,57	2,75	2,98
$B$ ( $10^{-28}$ Jm)	1,5686	1,297	1,0498	0,9811	0,90537
$T_f$ (K)	180,5	97,8	63,5	39,3	28,5

Donnée :  $k_B = 1,38 \cdot 10^{23}$  J/K.